KVANTITATIVNE METODE U GRAĐEVINSKOM MENADŽMENTU

predavanja 2017/18

METODE OPTIMIZACIJE I NJIHOVA PRIMJENA U GRAĐEVINARSTVU

1. **Operaciona istraživanja**
2. **Linearno programiranje**
    1. **grafička metoda**
    2. **simpleks metoda** *(u narednom predavanju)*
    3. **transportni problemi-** *(u narednom predavanju)*

materijal predavanja prof. Ž. Praščevića (2013/14 st. godina) na Građevinskom fakultetu u Podgorici
(koncipirano na osnovu knjige: Ž. Praščević, N. Praščević- Operaciona istraživanja u građevinarstvu, Beograd 2009)

V10

Primjer: U jednom preduzeću postoje dva pogona za proizvodnju betonske galanterije. Prvi pogon proizvodi betonske ivičnjake, a drugi betonske blokove za zidanje. Tržište u određenom vremenskom periodu može da primi najviše 8000 komada betonskih blokova, a ugovorena je isporuka najmanje 2000 kom betonskih ivičnjaka. Za proizvodnju ivičnjaka se troši 0,02 m3 betona po jednom komadu, a za blokove se troši 0,01 m3 betona po komadu. Oba pogona se snabdijevaju iz jedne fabrike betona čiji je kapacitet za ovaj vremenski period 150 m3 betona. Prodajom ivičnjaka preduzeće ostvaruje dobit 1,5 €/kom, a prodajom blokova 0,5 €/kom. Odrediti plan proizvodnje koji će donijeti najveću dobit.

POGONI	POTROSNJA BETONA (M3/kom) IVICNJACI	BLOKOVI	OGRANICENJE RESURSA (ogranicena proizvodnja/potrosnja betona m3 na sat, smjenu ili dan..)	FUNKCIJA CILJA
P1	0,02		≤150	
P2		0,01		
POTREBAN BROJ PROIZVODA (kom/h, ili smjenu,dan....)	X1≥2000	≤8000		
PROMJENLJIVE= BROJ PROIZVODA	X1	X2		
DOBIT (u novcanim jedinicama)	1,5	0,5		max Z=1,5X1+0,5X2

- **MATEMATIČKI MODEL**
  - USLOVI OGRANICENJA
    1) 0,02X1+0,01X2≤150
    2) X1≥2000
    3) X2≤8000
  - prirodni uslovi nenegativnosti
    - x1≥0
    - x2≥0
  - FUNKCIJA CILJA
    - max Z=1,5X1+0,5X2

- Ako postoje samo dvije, odnosno tri promjenljive, onda se skup dopustivih rješenja *D* u dvodimenzionalnom E^2 i trodimenzionalnom prostoru E^3, može prikazati grafički.
- Svaki od uslova ograničenja *(1)* do *(3)* predstavljaju po jednu poluravan, a presjeci ovih poluravni čine skup dopustivih rešenja *D*, koji je u ovom slučaju poligon *ABCD*.

Postupak grafičkog rješavanja problema

1. Nacrta se skup (oblast) dopustivih rešenja *D* u Descartes-ovom koordinatnom sistemu $(0, x_1\ x_2)$,
2. Nacrta se vektor najbržeg priraštaja **c** funkcije cilja *z*,
3. Nacrta se prava $(p_0 : c_1\ x_1 + c_2\ x_2 = 0)$,
4. **ako se traži maksimum funkcije cilja:**
   - Ova prava se pomjera paralelno samoj sebi idući u smjeru vektora ***c*** do najudaljenije tačke na konturi skupa *D* (u kojoj „tangira“ oblast D)
   - Koordinate te tačke predstavljaju optimalna rješenja problema za koja funkcija cilja ima maksimalnu vrijednost. Prava $p_1$koja prolazi kroz ovu tačku, a paralelna je pravoj p_0 ima jednačinu $c_1x_1+c_2x_2=Zmax$
5. **ako se traži minimum funkcije cilja:**
   - Ako prava p_0 ne siječe oblast dopustivih rešenja D
     - treba je pomjerati paralelno samoj sebi u smjeru vektora ***c*** do najbliže tačke na konturi ove oblasti mogućih rešenja (u kojoj „tangira“ oblast D).
     - Koordinate te tačke predstavljaju optimalna rješenja problema za koja funkcija cilja ima minimalnu vrijednost. Prava p_1 koja prolazi kroz ovu tačku, a paralelna je pravoj p_0 ima jednačinu $c_1x_1+c_2x_2=Zmin$
   - Ako prava p_0 siječe oblast dopustivih rešenja D,
     - treba je pomijerati paralelno samoj sebi idući u smjeru suprotno od smjera vektora ***c*** (smjer najbržeg opadanja funkcije cilja z), do najudaljenije tačke na konturi oblasti D (u kojoj „tangira“ oblast D).
     - Koordinate te tačke predstavljaju optimalna rješenja problema za koja funkcija cilja ima minimalnu vrijednost. Prava p_1 koja prolazi kroz ovu tačku, a paralelna je pravoj p_0 ima jednačinu $c_1x_1+c_2x_2=Zmin$

Konstrukcija:

- USLOVI OGRANICENJA
  1) 0,02X1+0,01X2≤150, poluravan kao dio ravni $x_1 0 x_2$
     granica ove poluravni je prava 0,02X1+0,01X2=150, koja se može napisati u kanonskom obliku

$$\frac{0{,}02}{150}x_1 + \frac{0{,}01}{150}x_2 = 1 \Longrightarrow \frac{1}{\frac{150}{0{,}02}}x_1 + \frac{1}{\frac{150}{0{,}01}}x_2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{7500}x_1 + \frac{1}{15000}x_2 = 1$$

  2) X1≥2000
  3) X2≤8000
- prirodni uslovi nenegativnosti ograničavaju oblast dopustivih rješenja na prvi kvadrant
  – x1≥0, x2≥0
- FUNKCIJA CILJA
  – max Z=1,5X1+0,5X2
  – gradijent funkcije cilja=vektor najbržeg prirasta funkcije cilja ima poćetak u koordinatnom početku a vrh u tački (1,5; 0,5)- nije bitna njegova duzina nego pravac! zato ga mozemo nacrtati omnozenog sa nekim brojem

- **Rješenje zadatka** je ekstremna tačka D, presjek pravih 1 i apscise, pa se odatle mogu sračunati njene koordinate koje predstavljaju broj komada proizvoda X1 i X2 koji će dati najveći profit):
  – **X2=0**
  – 0,02X1+0,01X2=150
  – **X1**=(150-0,01*0)/0,02= **7500**

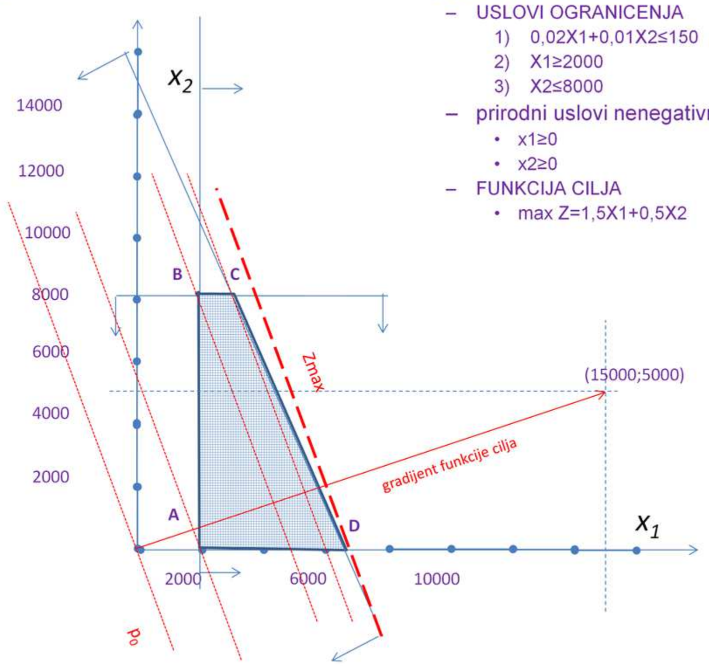
- U ovoj tački funkcija **Z** ima najveću vrijednost.

  - max Z=1,5X1+0,5X2=1,5*7500+0,5*0=11250

- Optimalni plan proizvodnje sastojao bi se od x_1 = 7500 komada ivičnjaka i x_2 = 0 komada blokova , kojem bi odgovarala maksimalna vrijednost ostvarenog profita max z = 11250

Konstrukcija:

- **MATEMATIČKI MODEL**
  - USLOVI OGRANICENJA
    1) $0{,}02X1+0{,}01X2 \le 150$
    2) $X1 \ge 2000$
    3) $X2 \le 8000$
  - prirodni uslovi nenegativnosti
    - $x1 \ge 0$
    - $x2 \ge 0$
  - FUNKCIJA CILJA
    - $\max Z=1{,}5X1+0{,}5X2$



Literatura

- Ž. Praščević, N. Praščević: Operaciona istraživanja u građevinarstvu, Čugura print, Beograd, 2009,

- On line program za resavanje
  http://www.zweigmedia.com/utilities/lpg/index.html?lang=en